

基于中国余定理的分组码在协作通信中的应用

徐 华

(盐城师范学院 物理科学与电子技术学院, 江苏 盐城 224002)

摘 要: 分组码可看作代数方法设计的准循环码, 将其作为分量码, 利用中国余定理联合设计, 可以获得比分量码更好的性能. 首先给出了分组码(array code)和截短分组码(shortened array code)的定义, 接着给出了基于中国余定理(Chinese Remainder Theory, CRT)的联合设计方法, 进一步简要描述了协作通信系统模型, 并给出了基于中国余定理设计的分组码在协作通信系统中的性能仿真, 仿真结果表明, 中国余定理设计的分组码与其分量码相比可以有效改善系统的性能.

关键词: 中国余定理; 分组码; 协作通信

中图分类号: TN911.22

文献标识码: A

文章编号: 1000-7180(2011)12-0129-04

Application on Cooperative Communication of Array Code Based on Chinese Remainder Theory

XU Hua

(School of Physics and Electronics Engineering, Yancheng Teachers University, Yancheng 224002, China)

Abstract: Array code may be regarded as a QC-LDPC code constructed by algebraic method. Better performance can be obtained than the component array code if Chinese Remainder Theory combined method is employed. First the notation of array code and shortened array code are given. Then the combined method based on Chinese Remainder Theory is described. Furthermore, the cooperative communication system is presented. Moreover performance comparison for CRT combined array code over cooperative communication system is given. Simulation results show that CRT combined array code can obtain a better performance compared to its component array code.

Key words: Chinese remainder theory; array code; cooperative communication

1 引言

准循环(Quasi-Cyclic, QC) LDPC 码的校验矩阵由若干个循环移位矩阵或者零矩阵来组成, 与随机构造的 LDPC 码相比, QC-LDPC 码的构造相对容易, 且易于进行性能分析, 这种规则的结构很适合于移位寄存器来实现^[1-2], IEEE802.11n 和 IEEE802.16e 均采用了 QC-LDPC 码.

分组码(array code)^[3]从校验矩阵的形式上来看也可以归为 QC-LDPC 码的一种, 为了提高分组码的性能, Milenkovic 提出了通过删除分组码校验

矩阵某些特定的列来改善码的性能^[4], 这种方法得到的分组码称为截短分组码(shortened array code).

Myung 首先提出了一种基于中国余定理的联合设计方法来构造 QC-LDPC 码的校验矩阵^[5]. 文献[6]在此基础上对其进行了进一步的推广, 放松了相关约束条件, 得到了改进的联合设计方法. 文献[7]在前面的基础上将分组码和截短分组码作为分量码, 获得了具有较大 girth 的 QC-LDPC 码, 在 AWGN 信道的仿真表明构造的码的性能与分量码相比有了进一步的改善.

收稿日期: 2011-03-08; **修回日期:** 2011-05-12

基金项目: 江苏省政府留学奖学金项目(2009); 盐城师范学院教授、博士基金(10YSYJB0201)

本文将基于中国余定理联合设计方法构造的分组码进一步推广到了协作通信系统中. 协作通信系统利用中继节点和源节点的互相协作, 使得目标节点可以获得较大的分集增益, 并且能够降低总体的系统功耗, 提高系统的容量, 满足未来绿色无线通信的需求^[8].

2 分组码和截短分组码

分组码的校验矩阵 $\mathbf{H}(j, q)$ 由式(1)给出, 矩阵大小为 J 行及 Q 列, 而式(1)中的每个元素代表的是一个子矩阵, 该子矩阵的大小为 Q 行与 Q 列, 需要说明的是, 此处的 Q 必须是质数, (1)中的 I 代表的是单位阵, $P^{(j-1)(q-1)}$ 为循环移位矩阵, 指单位阵右移 $(j-1)(q-1)$ 位得到的矩阵.

$$\mathbf{H}(j, q) = \begin{bmatrix} I & I & I & \cdots & I \\ I & P & P^2 & \cdots & P^{Q-1} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ I & P^{J-1} & P^{(J-1)2} & \cdots & P^{(J-1)(Q-1)} \end{bmatrix} \quad (1)$$

由上述定义可见, 给定子矩阵的大小 Q , 即可以按照式(1)来构造分组码的校验矩阵, 矩阵的大小为 $JQ \times Q^2$.

而在式(1)定义的基础上, 再定义指数矩阵:

$$E(\mathbf{H}) = \{s_{jq} = (j-1) \cdot (q-1), 0 \leq j \leq J-1, 0 \leq q \leq Q-1\} \quad (2)$$

式(2)中的元素为式(1)中的每个元素的指数, 具体的矩阵形式如式(3)所示, 获得指数矩阵后, 该矩阵中的每个元素即为单位阵的移位参数, 据此即可获得整个 $\mathbf{H}$ 矩阵.

$$E(\mathbf{H}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & I \cdot 1 & I \cdot 2 & \cdots & I \cdot (Q-1) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & (J-1) \cdot 1 & (J-1) \cdot 2 & \cdots & (J-1) \cdot (Q-1) \end{bmatrix} \quad (3)$$

分组码的构造简单, 但不足之处在于由于这种固定的构造方式使得矩阵中可能存在着较多的短长度环, 而校验矩阵中大量的短长度环的出现会使得相应的码的性能收到较大的影响^[2].

截短分组码正是在这个基础上提出的, 通过删掉式(1)所示的分组码中的某些特定的列, 来改善矩阵中的短长度环的分布.

在 LDPC 码的性能分析中, 经常用 girth 来表示校验矩阵中的最短长度环, 如校验矩阵中存在长度为 4 的最短长度环, 则矩阵称为 4girth, 以此类推. 而

矩阵中的最短长度环的长度越大则一般会带来码的性能的改善. 文献[4]中给出了 8girth, 10girth 和 12girth 的截短分组码.

如文献[4]中的 Table I, 给出了具有 8girth 的截短分组码, 表中的数据 $\{0, 3, 4, 7, 9, 12, 13, \dots\}$ 指截短后余下的分组码的列的索引号, 构造该截短分组码时只需要考虑分组码中的第 0 列, 第 1 列, 第 3 列, $\dots$ 等, 而这样得到的校验矩阵可以确保最短长度环为 8 即 8girth.

3 基于中国余定理的联合设计方法

联合设计指选择适当的 QC-LDPC 码作为分量码, 基于中国余定理, 可以获得比分量码性能更好的 QC-LDPC 码, 此处的性能更好指的是校验矩阵的 girth 得到了改善^[5-7].

在描述该方法前, 给出以下的定理.

定理 1 考虑有 T 个分量码, 每个分量码的 girth 定义为 $\{g_t, t = 1, 2, \dots, T\}$, 经过联合设计获得的联合分组码 $C_{\text{com_array}}$ 的 girth 定义为 $g_{\text{com_array}}$, 则有

$$g_{\text{com_array}} \geq \max(g_t, t = 1, 2, \dots, T) \quad (4)$$

由该定理可以知道, 联合设计获得分组码的 girth 至少和分量码中的最大 girth 相等, 因此该方法获得的码的性能要优于分量码.

该方法简述如下:

仍然考虑有 T 个分量码, 分别为 $C_1, C_2, \dots, C_T$, 每个分量码的 $\mathbf{H}$ 矩阵由循环置换矩阵 (Circulant Permutation Matrix) 组成, 各自的循环置换矩阵的大小对应为 $Q_1, Q_2, \dots, Q_T$, 则对应的联合分组码的子矩阵的大小为 $Q = Q_1 \cdot Q_2 \cdots Q_T$, 需要说明的是, 一方面各个分量码的循环置换矩阵的大小各自不相等, 另一方面它们应该为质数 (prime), 具体步骤如下:

(1) 如果各个分量码的指数参数矩阵 $s'_{jq} \neq \infty$, 则有式(5)成立:

$$s_{jq} = \sum_{t=1}^T s'_{jq} A_t \bar{Q}_t \bmod Q \quad (5)$$

此处, $\bar{Q}_t = Q/Q_t$. $A_t \bar{Q}_t \equiv 1 \bmod Q_t$ 而如果 $s'_{jq} = \infty$, 则 $s_{jq} = \infty$.

需要说明的是, 此处的 $s'_{jq} = \infty$ 指分量码的指数参数矩阵中的元素为零 (即 $\mathbf{H}$ 矩阵中的零矩阵).

式(5)来自中国余定理 (Chinese Remainder Theorem, CRT)^[5-7].

(2) 步骤(1)中获得 s_{jq} 后, 即可以得到相应的指数矩阵 $E(\mathbf{H})$.

(3) 将指数矩阵中的每个元素 s_{jq} 用 $P^{s_{jq}}$ 替换后,既可以得到联合分组码的 H 矩阵. 如果指数矩阵中有元素 $s_{jq} = \infty$,则该位置由零矩阵来替换.

根据以上的方案,设计联合分组码时首先需要确定各个分量码的指数矩阵,然后再利用式(5)获得目标码的指数矩阵,接着由指数矩阵再构造相应的 H 矩阵. 而据上述定理中式(4)所示,获得的联合分组码的 girth 至少与分量码中的最大的 girth 相等,保证了构造的新的 LDPC 码的良好性能.

4 协作通信系统信道模型

中继信道模型是协作通信系统中的常用信道模型. 该模型分别由源节点 s 、中继节点 R 和目标节点 D 组成,如图 1 所示.

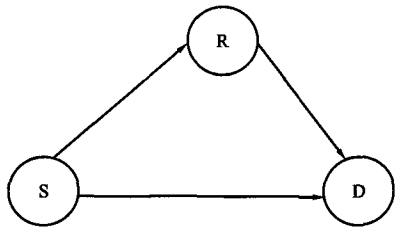


图 1 中继信道模型

信号的传输有两条链路,源节点到目标节点的直接链路,源节点通过中继节点后再到目标节点的间接链路,在目标节点处,由于两路信号的传输叠加,因此可以获得相应的分集增益.

中继信道模型中有两种常用的协作通信的协议,AF 协议 (Amplify Forward: 放大重传) 协议、DF(Decode Froward: 译码重传) 协议,前者是指中继节点将收到的信息简单放大后直接转发给目标节点,而 DF 协议指中继节点将收到的信息重新编码后再转发给目标节点,本文采用的是 DF 协议.

在 DF 协议中,目标节点接收到的多路待叠加信号后进行合并,本文采用最大比合并,即 MRC(Maximum Rate Combining),该合并方式对于每路信号进行补偿再相加,补偿采用每条路径的信道冲击响应,具体的过程如下式所示.

设待发送的序列为 X_s ,接收端的目标节点收到的序列为 Y_d ,则有

$$Y_D = h_{SD}^* Y_{SD} + h_{RD}^* Y_{RD}$$

(6)

式中, h_{SD}^* 为 S 节点到 D 节点的直接链路的信道冲击响应的共轭,而 h_{RD}^* 为 R 节点到 D 节点的通信链路的信道冲击响应的共轭, Y_{SD} 为通过直接链路后的接收端的信号, Y_{RD} 为通过 $R \rightarrow D$ 链路后的接收端的信号. 假设在接收端对于两条通信链路均进行理想

信道估计,且两条路径的传输信号获得了理想的同步.

信号的具体传输过程如下:

(1) 源节点发送信号序列 $X_s[n]$, 信号经过 QC-LDPC 码编码后分别通过如图 1 中所示的 $S \rightarrow D$ 的直接链路,此时目标节点的相应接收信号为 $Y_{SD}[n]$,另一条为 $S \rightarrow R$ 的分支链路,中继节点的接收信号为 $Y_{SR}[n]$;

(2) 中继节点处对于接收到的信号序列再次处理,如果简单放大后传给目标节点,则为 AF 协议,如果重新编码后再发送至目标节点则为 DF 协议,本文重点讨论 DF 协议的应用.

中继节点将 $Y_{SR}[n]$ 重新经过 LDPC 码编码后再经过 $R \rightarrow D$ 通信链路发送到目标节点,此时目标节点的相应接收信号序列为 $Y_{RD}[n]$.

(3) 目标节点将分别经过 $S \rightarrow D$ 和 $R \rightarrow D$ 两条通信链路后的接收信号按照式(5)进行叠加,得到最终的接收信号序列.

需要说明的是,在协作通信系统中,信号的传输可以分为 2 个时隙,第一个时隙是 S 节点发送信号给 R 节点和 D 节点,第二个时隙是 R 节点发送信号给 D 节点,即假设在第二个时隙时, D 节点只接收 R 节点的信号,而 S 节点在第二个时隙不再发送新的信号. 这样在第二个时隙结束时, D 节点将第一个时隙接收的来自 S 节点的信号与第二个时隙的来自于 R 节点的信号采用 MRC 方式合并.

5 数值仿真和分析

仿真中设中继信道模型的各个节点之间为 AWGN 信道,采用 BPSK 调制,译码采用 BP 译码算法,最大的译码迭代次数为 50 次.

仿真中考虑以下情况,分量码采用分组码(array code)和截短分组码(shortened array code),考虑共两个分量码 C_1 和 C_2 ,即 $T=2$,则利用第 2 节中所提的算法获得的联合分组码称为 AS(Array code & Shortened array code) 码. 表 1,2 分别为分量码 C_1 和 C_2 的指数矩阵,表 3 所示为根据第 3 节的设计方法获得的联合分组码的指数矩阵. 表中的第一列和第一行分别为各自的列索引号和行索引号.

表 1 中的指数参数依据式(3)即可获得,对应的每个子矩阵的大小为 7×7 ,即 $Q_1 = 7$,而表 2 中的截断分组码的列数取 $\{0, 3, 4, 7, 9, 12, 13, \dots\}^{[4]}$, $Q_2 = 41$,因此获得的联合分组码的子矩阵大小为 $Q = Q_1 \cdot Q_2 = 7 \times 41 = 287$. 需要说明的是在表 1,表 2 及

表 3 中的“0”元素代表的是单位阵,即单位阵不移位,而不是零矩阵.

表 1 分组码的指数矩阵

	0	1	2	3	4	5	6
0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5	6
2	0	2	4	6	1	3	5

表 2 截短分组码的指数矩阵

	0	3	4	7	9	12	13
0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	3	4	7	9	12	13
2	0	6	8	14	18	24	26

表 3 联合分组码的指数矩阵

	0	1	2	3	4	5	6
0	0	0	0	0	0	0	0
1	0	85	86	171	214	12	13
2	0	170	172	55	141	24	26

图 2 所示为根据表 3 的指数矩阵构造的 H 矩阵的图示,图中用“·”表示矩阵中的“1”,而空的则代表矩阵中的“0”,由图 2 中可见,每行是 7 个“1”,每列是 3 个“1”,分别代表 (3,7) AS 码的行重和列重.

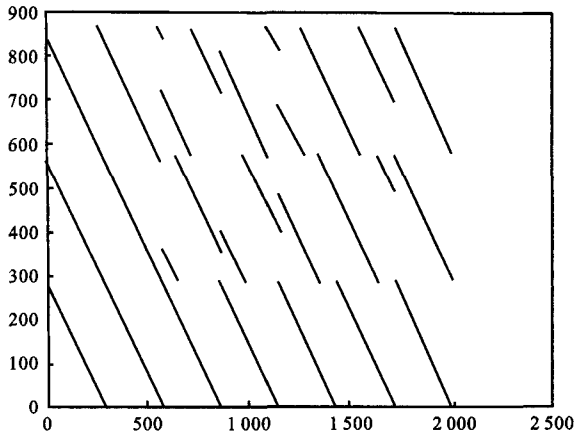


图 2 AS 码的 H 矩阵图示

图 3 所示为利用中国余定理的联合设计方法获得的目标码 AS 码和分量码的 BER 性能的比较.

从图 3 中可以看出,AS 码的 BER 性能要优于分量码,即分组码和截短分组码. 基于第 3 节中给出的定理,得到的 AS 码的 girth 要至少等于两个分量码中的最大的,而 girth 分布的情况又对码的 BER 性能有着重要的影响,因此 AS 码的 BER 性能要优于分组码和截短分组码,仿真结果证实了这样的

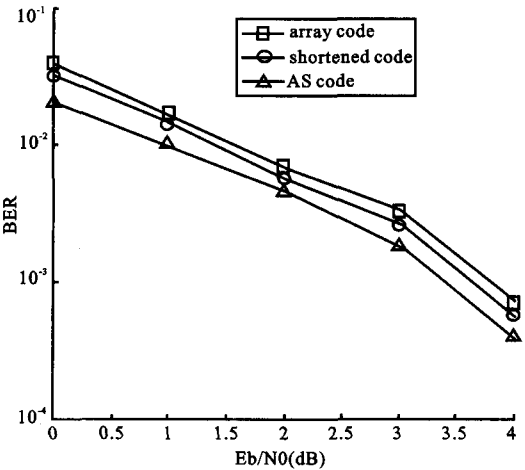


图 3 AS 码和分量码的 BER 比较

分析.

6 结束语

本文将基于中国余定理的联合设计方法推广到了协作通信系统中,以分组码和截短分组码为分量码,获得了新的分组码的指数矩阵,进一步可以获得相应的 H 矩阵,而由于新矩阵的 girth 分布要优于各个分量码,因此相应码的纠错性能也有所改善,仿真结果表明,设计得到的 AS 码在协作通信系统中可以获得比其分量码更好的性能. 在选择不同码长和码率的分量码的基础上,文中给出的方法可以设计出不同的码长和码率的码,以满足协作通信系统中的各种要求.

参考文献:

[1] Tanner RM, Sridhara D, Sridhara A, et al. ,LDPC block and convolutional codes based on circulant matrices[J]. IEEE Trans On Information Theory, 2004 (12): 2966—2984.

[2] Fossorier MP. Quasi—cyclic low—density parity—check codes from circulant permutation matrices [J]. IEEE Trans On Information Theory , 2004 (8): 1788—1793.

[3] Fan J L. Array codes as low—density parity—check codes [C]//Proc 2nd Int symp turbo Codes and related topics ,brest,France;IEEE,2000; 553—556.

[4] Milenkovic O, Kashyap N, Leyba D. Shortened array codes of large girth[J]. IEEE Trans Inf Theory, 2006 (8):3707—3722.

[5] Myung S, Yang K, A combining method of quasi—cyclic LDPC codes by the chinese remainder theorem[J]. IEEE Communications Letters, 2005(9):823—825.

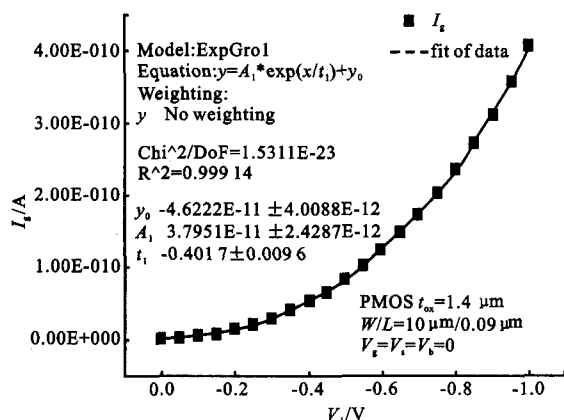


图8 传统关态下 $W/L = 10 \mu\text{m}/0.09 \mu\text{m}$ 的 PMOSFET 边缘直接隧穿电流

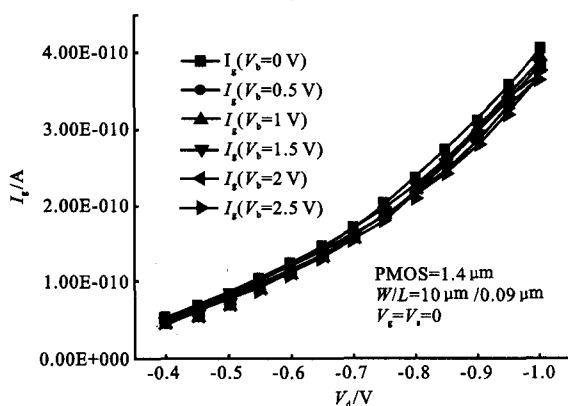


图9 传统关态 PMOSFET 衬底反偏对边缘直接隧穿电流影响

的减薄,传统关态泄漏电流将增加集成电路的静态功耗,深入研究其物理机制及变化规律将对集成电路的设计具有重要参考价值。

参考文献:

- [1] 肖海鹏, 马卓, 张民选, 等. 一种低成本高精度 CMOS 基准电压源设计[J]. 微电子学与计算机, 2010, 27(5): 121-124.
- [2] 李侃, 伍冬, 王雪强, 等. 基于 SOI2SONOS 存储器的高速辐照加固灵敏放大器设计[J]. 微电子学与计算机, 2010, 27(5): 22-26.
- [3] 甘学温, 黄如, 刘晓彦, 等. 纳米 CMOS 器件[M]. 北京: 科学出版社, 2004: 56-59.
- [4] Henson W K, Yang N, Kubicek S, et al. Analysis of leakage currents and impact on off-state power consumption for CMOS technology in the 100-nm regime [J]. IEEE Trans on Electron Devices, 2000, 45(7): 1393-1400.
- [5] Keunwoo K, Hanafi H I, Cai J, et al. Off-state current and performance analysis for double-gate CMOS with non-self-aligned back gate [J]. IEEE Trans on Electron Devices, 2005, 52(9): 2104-2107.
- [6] Keunwoo K, Das K K, Joshi R V, et al. Leakage power analysis of 25-nm double-gate CMOS devices and circuits [J]. IEEE Trans on Electron Devices, 2005, 52(5): 980-986.
- [7] Chouksey S, Fossum J G. DICE: A beneficial short-channel effect in nanoscale double-gate MOSFETs [J]. IEEE Trans on Electron Devices, 2008, 55(3): 796-802.
- [8] Hsu C Y, Lee C C, Lin Y T, et al. Enhanced hole gate direct tunneling current in process-induced uniaxial compressive stress p-MOSFETs [J]. IEEE Trans on Electron Devices, 2009, 56(8): 1667-1673.
- [6] Liu Y, Wang X, Chen R, et al. Generalized combining method for design of quasi-cyclic LDPC codes [J]. IEEE Communications Letters, 2008(12): 392-394.
- [7] Jiang X, Lee M. Large girth quasi-cyclic LDPC codes based on the chinese remainder theorem [J]. IEEE Communications Letters, 2009, 13(5): 342-344.
- [8] 尤肖虎, 王京, 张平, 等. 对绿色无线移动通信技术的研究和思考[J]. 中国科学技术大学学报, 2009, 39(10): 1009-1015.

作者简介:

胡仕刚 男, (1980-), 博士, 讲师. 研究方向为小尺寸 MOS 器件及其可靠性、模拟 CMOS 集成电路设计。

吴笑峰 男, (1974-), 博士, 副教授. 研究方向为模拟 CMOS 集成电路设计。

席在芳 男, (1974-), 硕士, 副教授. 研究方向为通信系统仿真与设计。

作者简介:

徐华 男, (1975-), 博士, 副教授. 研究方向为信道编码、协作通信及数字图像处理。

(上接第 132 页)